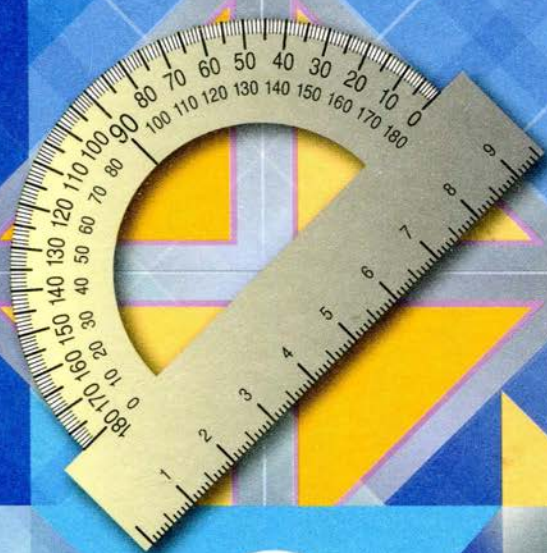


Геометрия

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ



9

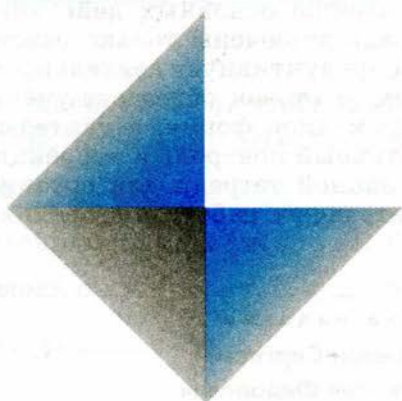


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ ПУНКТАМИ УЧЕБНИКА И ЗАДАЧАМИ ТЕТРАДИ

Номера пунктов учебника	Тема	Номера задач тетради
86	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам	1—3
87	Координаты вектора	4—8
88	Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца	9—12
89	Простейшие задачи в координатах	13—19
90	Уравнение линии на плоскости	20
91	Уравнение окружности	21—24
92	Уравнение прямой	25—29
93	Синус, косинус, тангенс	30—32
94	Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения	33—35
95	Формулы для вычисления координат точки	36, 37
96	Теорема о площади треугольника	38—40
97	Теорема синусов	41—43
98	Теорема косинусов	44, 45
99	Решение треугольников	46—48
101	Угол между векторами	49
102	Скалярное произведение векторов	50—54
103, 104	Скалярное произведение в координатах. Свойства скалярного произведения векторов	55—60
105	Правильный многоугольник	61—64
106	Окружность, описанная около правильного многоугольника	65—68
107	Окружность, вписанная в правильный многоугольник	69
108	Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности	70, 71
110	Длина окружности	72—77
111	Площадь круга	78—82
112	Площадь кругового сектора	83—85
113, 114	Отражение плоскости на себя. Понятие движения	86—88
116	Параллельный перенос	89
117	Поворот	90—93

Геометрия



РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

9 **КЛАСС**

Пособие
для учащихся
общеобразовательных
организаций

14-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

А в т о р ы:

Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, И. И. Юдина

Рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Геометрия, 7—9» авторов Л. С. Атанасяна и др. и предназначена для организации решения задач учащимися на уроке после их ознакомления с новым учебным материалом. На этом этапе учащиеся делают первые шаги по осознанию нового материала, освоению основных действий с изучаемым материалом. Поэтому в тетрадь включены только базовые задачи, обеспечивающие необходимую репродуктивную деятельность в форме внешней речи. Наличие текстовых заготовок облегчает ученику выполнение действий в развернутой письменной форме, а учителю позволяет осуществить во время урока оперативный контроль и коррекцию деятельности учащихся. Использование данной тетради для организации других видов деятельности (самостоятельных работ, повторения, контроля и т. д.) малоэффективно.

Учебное издание

Атанасян Левон Сергеевич

Бутузов Валентин Федорович

Глазков Юрий Александрович

Юдина Ирина Игоревна

ГЕОМЕТРИЯ

Рабочая тетрадь

9 класс

Пособие для учащихся

общеобразовательных

организаций

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*. Редактор *Л. В. Кузнецова*. Младший редактор *Н. В. Ноговицина*. Художники *В. А. Андрианов*, *О. П. Богомолова*, *Г. В. Соловьев*. Художественный редактор *О. П. Богомолова*. Компьютерная верстка *Е. А. Стрижевской*.
Корректор *А. В. Рудакова*.

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 10.07.13. Формат 70×100^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,15. Тираж 25 000 экз. Заказ № 7078.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ООО «Тульская типография».
Россия, 300600, г. Тула, пр. Ленина, д. 109.

ISBN 978-5-09-032127-3

© Издательство «Просвещение», 2000
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

§ 1

Координаты вектора

1

Найдите такое число q , чтобы выполнялось равенство $\vec{m} = q\vec{n}$, если: а) $\vec{m} \uparrow\uparrow \vec{n}$, $|\vec{m}| = 5$ см, $|\vec{n}| = 2$ см; б) $\vec{m} \uparrow\downarrow \vec{n}$, $|\vec{m}| = 0,7$ м, $|\vec{n}| = 2$ м.

Решение.

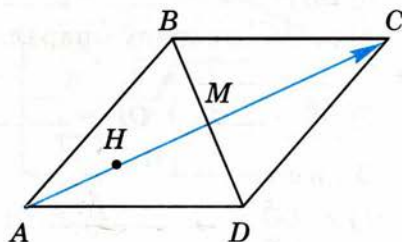
а) По условию $\vec{m} \uparrow\uparrow \vec{n}$, т. е. $q \geq 0$, $|q| = \frac{|\vec{m}|}{|\vec{n}|} = \frac{5}{2}$, $q = \frac{5}{2}$

б) По условию $\vec{m} \uparrow\downarrow \vec{n}$, т. е. $q < 0$, $|q| = \frac{|\vec{m}|}{|\vec{n}|} = \frac{0,7}{2}$, $q = -\frac{0,7}{2}$

Ответ. а) $\frac{5}{2}$; б) $-\frac{0,7}{2}$

2

Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , точка H — середина отрезка AM . Найдите, если это возможно, такое число k , чтобы выполнялось равенство: а) $\vec{AM} = k\vec{AC}$; б) $\vec{MH} = k\vec{AC}$; в) $\vec{DM} = k\vec{AC}$.



Решение.

а) $\vec{AM} \uparrow\uparrow \vec{AC}$, поэтому искомое число k существует, $|k| = \frac{|\vec{AM}|}{|\vec{AC}|}$ и $k \geq 0$. Так как диагонали параллелограмма точкой M делятся пополам, то $|k| = \frac{1}{2}$. Итак, $k = \frac{1}{2}$

б) $\vec{MH} \uparrow\uparrow \vec{AC}$, поэтому искомое число k существует, $|k| = \frac{|\vec{MH}|}{|\vec{AC}|}$ и $k \geq 0$. По условию задачи точка H — середина отрезка AM , следовательно, $MH = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AC \right) = \frac{1}{4} AC$, поэтому $|k| = \frac{1}{4}$. Итак, $k = \frac{1}{4}$

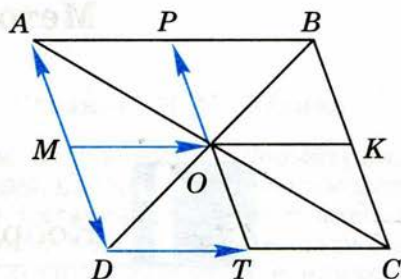
в) Векторы $\vec{DM}$ и $\vec{AC}$ не коллинеарны, поэтому искомого значения k не существует.

Ответ. а) $k = \frac{1}{2}$; б) $k = \frac{1}{4}$; в) не существует.

В параллелограмме $ABCD$, изображенном на рисунке, $MK \parallel DC$ и $PT \parallel DA$.

1) Разложите по векторам $\vec{a} = \vec{DT}$ и $\vec{b} = \vec{DA}$ векторы: а) $\vec{DO}$; б) $\vec{DB}$.

2) Разложите вектор $\vec{OB}$ по векторам: а) $\vec{m} = \vec{MO}$ и $\vec{c} = \vec{OP}$; б) $\vec{m} = \vec{MO}$ и $\vec{n} = \vec{AD}$.



Решение.

1) По условию задачи $MK \parallel \underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $\angle BOK \underline{\hspace{2cm}} \angle BDC$. В треугольниках BOK и BDC угол $\underline{\hspace{2cm}}$ общий, $\angle BOK = \angle \underline{\hspace{2cm}}$, следовательно, $\triangle BOK \underline{\hspace{2cm}} \triangle BDC$. Так как $BO = \underline{\hspace{2cm}} BD$, то $BK = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}}$, следовательно, точка K — середина стороны $\underline{\hspace{2cm}}$ параллелограмма. Аналогично точки M , P и T — $\underline{\hspace{2cm}}$ сторон данного параллелограмма.

а) По правилу параллелограмма получаем: $\vec{DO} = \vec{DT} \underline{\hspace{2cm}} \vec{DM}$, но $\vec{DT} \underline{\hspace{2cm}} \vec{a}$, $\vec{DM} = \underline{\hspace{2cm}} \vec{DA} = \underline{\hspace{2cm}} \vec{b}$. Итак, $\vec{DO} = \vec{a} + \underline{\hspace{2cm}} \vec{b}$.

б) $\vec{DB} = \vec{DC} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \vec{DT} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \vec{b}$.

2) а) По правилу параллелограмма $\vec{OB} = \vec{OK} + \underline{\hspace{2cm}} = \vec{MO} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \vec{c}$.

б) $\vec{OB} = \underline{\hspace{2cm}} + \vec{OP} = \underline{\hspace{2cm}} + (\underline{\hspace{2cm}}) \vec{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ.

1) а) $\vec{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$; б) $\underline{\hspace{2cm}}$

2) а) $\vec{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$; б) $\underline{\hspace{2cm}}$

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны. Найдите числа x и y такие, что:
а) $2\vec{a} + x\vec{b} = y\vec{a} - \vec{b}$; б) $x\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{a} + 4y\vec{b} = \vec{0}$; в) $4x\vec{a} - \vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}$.

Решение.

а) В левой и $\underline{\hspace{2cm}}$ частях данного равенства записаны разложения некоторого вектора по двум неколлинеарным $\underline{\hspace{2cm}} \vec{a}$ и $\underline{\hspace{2cm}}$. Поскольку такое разложение единственно, то коэффициенты перед вектором $\vec{a}$ равны, следовательно, $y = \underline{\hspace{2cm}}$. Аналогично $x = \underline{\hspace{2cm}}$

б) Запишем данное равенство в виде $(x - 3)\vec{a} + (1 + \quad)\vec{b} = 0\vec{a} + 0\vec{b}$. Так как разложение вектора по двум _____ векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ единственно, то $x - \quad = 0$ и $\quad + 4y = \quad$. Отсюда получаем: $x = \quad$, $y = \quad$

в) В силу единственности разложения _____ по двум _____ векторам получаем: $4x - \quad = 0$ и $y = \quad$. Следовательно, $x = \quad$, $y = \quad$

О т в е т.

а) $x = \quad$, $y = \quad$; б) _____; в) _____

5

а) Какой из данных на рисунке векторов равен вектору $4\vec{i} - 2\vec{j}$?

б) Напишите разложение вектора $\vec{OE}$ по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

в) Найдите координаты вектора $\vec{OA}$.

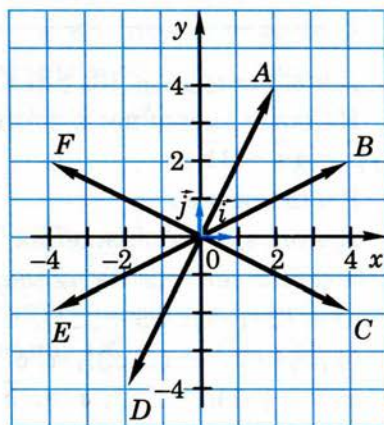
г) Напишите, какой вектор имеет координаты $\{-4; 2\}$.

д) Отложите от точки O вектор с координатами $\{2; -4\}$.

О т в е т.

а) _____; б) $\vec{OE} = \quad$;

в) $\vec{OA} \{ \quad ; \quad \}$; г) _____



6

Выпишите координаты вектора: а) $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$; б) $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$; в) $\vec{c} = -\vec{j}$.

Р е ш е н и е.

Координатами вектора называются _____ его разложения по координатным _____

а) По условию задачи $\vec{a} = 3\vec{i} - \quad \vec{j}$. Следовательно, коэффициенты разложения вектора $\vec{a}$ по координатным _____ $\vec{i}$ и _____ равны 3 и _____, т. е. $\vec{a} \{ \quad ; \quad \}$.

б) $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} = 1\vec{i} + \quad \vec{j}$, следовательно, $\vec{b} \{ \quad ; \quad \}$.

в) $\vec{c} = -\vec{j} = \quad \vec{i} + (\quad)\vec{j}$, т. е. $\vec{c} \{ \quad ; \quad \}$.

Запишите разложение по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$ вектора:

- а) $\vec{m} \{-2; 3\}$; б) $\vec{n} \{0; -3\}$; в) $\vec{k} \{-1; 0\}$.

Решение.

Координаты вектора — это коэффициенты его _____ по координатным векторам. Поэтому: а) $\vec{m} = -2\vec{i} + \underline{\hspace{1cm}}\vec{j}$;
б) $\vec{n} = \underline{\hspace{1cm}}\vec{i} + (\underline{\hspace{1cm}})\vec{j} = \underline{\hspace{1cm}}$; в) $\vec{k} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

О т в е т.

а) $\vec{m} = \underline{\hspace{1cm}}$

б) $\underline{\hspace{1cm}}$

в) $\underline{\hspace{1cm}}$

Даны векторы $\vec{a} \{2; -3\}$ и $\vec{b} \{-1; 5\}$.

- Найдите координаты векторов: а) $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{n} = 4\vec{a}$; в) $\vec{k} = -\vec{b}$;
г) $\vec{p} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$.

Решение.

Используя утверждения о координатах суммы векторов и произведения вектора на число, получаем:

а) $\vec{m} \{2+(-1); -3 + \underline{\hspace{1cm}}\}$, т. е. $\vec{m} \{\underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}\}$.

б) $\vec{n} \{4 \cdot 2; 4 \cdot (\underline{\hspace{1cm}})\}$, т. е. $\vec{n} \{\underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}\}$.

в) $\vec{k} \{-(-1); -\underline{\hspace{1cm}}\}$, т. е. $\vec{k} \{\underline{\hspace{1cm}}\}$.

г) Обозначим через x_1 и y_1 абсциссу и ординату вектора $\vec{a}$, через x_2 и y_2 — абсциссу и _____ вектора $\vec{b}$, буквами x и y — _____ и ординату вектора $\vec{p}$.

Тогда $x = 4x_1 - 3\underline{\hspace{1cm}} = 4 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3 \cdot (-1) = \underline{\hspace{1cm}}$, $y = 4\underline{\hspace{1cm}} - 3\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

Следовательно, $\vec{p} \{\underline{\hspace{1cm}}\}$.

О т в е т.

а) $\vec{m} \{\underline{\hspace{1cm}}\}$

б) $\underline{\hspace{1cm}}$

в) $\underline{\hspace{1cm}}$

г) $\underline{\hspace{1cm}}$

9

Точка A лежит на положительной полуоси Ox , а точка B — на положительной полуоси Oy ; $OA = 5$, $OB = 12$. Найдите координаты: а) вершин прямоугольника $OAMB$; б) радиус-векторов точек A , B и M ; в) вектора $\overrightarrow{AB}$; г) векторов $\overrightarrow{OC}$ и $\overrightarrow{BC}$, если C — точка пересечения диагоналей прямоугольника $OAMB$.

Решение.

а) O (___; ___), A (5; ___), M (___; ___), _____

б) Радиус-вектором точки A называется вектор, начало которого совпадает с _____ координат, а его конец — точка _____. Координаты радиус-вектора точки A равны соответствующим _____ точки _____. Поэтому $\overrightarrow{OA} \{ \text{___}; \text{___} \}$, $\overrightarrow{OB} \{ \text{___}; \text{___} \}$, $\overrightarrow{OM}$ _____

в) Каждая координата вектора $\overrightarrow{AB}$ равна _____ соответствующих координат его конца (точки _____) и _____ (точки A). Так как A (___; ___), B (___; ___), то $\overrightarrow{AB} \{ \text{___}; \text{___} \}$.

г) Точка пересечения диагоналей прямоугольника является _____ диагонали OM , следовательно, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OM}$. Так как $\overrightarrow{OM} \{ \text{___}; \text{___} \}$, то $\overrightarrow{OC} \{ \text{___}; \text{___} \}$.

Каждая координата вектора $\overrightarrow{BC}$ равна _____ соответствующих _____ его конца (точки _____) и _____ (точки _____). Координаты точки C равны соответствующим координатам ее радиус-вектора $\overrightarrow{OC}$, т. е. C (___; ___), координаты точки B равны (_____), поэтому $\overrightarrow{BC} \{ \text{___}; \text{___} \}$.

10

Заполните таблицу:

K	(5; -2)	(___; ___)	(-3; 0)
M	(3; 0)	(-2; 1)	
$\overrightarrow{KM}$	{___; ___}	{8; 0}	
$2\overrightarrow{KM}$			{6; 4}
$-0,5\overrightarrow{KM}$			

Найдите координаты вершины B параллелограмма $ABCD$, если $A(0; 0)$, $C(5; 7)$, $D(3; 0)$.

Решение.

1) Четырехугольник $ABCD$ — _____, следовательно, $\vec{AB} = \vec{DC}$. Так как $C(5; \quad)$, $D(\quad; \quad)$, то $\vec{DC} \{ \quad; \quad \}$, поэтому $\vec{AB} \{ \quad; \quad \}$.

2) Так как $A(0; \quad)$, $\vec{AB} \{ \quad; \quad \}$, то $B(\quad; \quad)$.

Ответ. _____

Даны точки: $A(2; -1)$, $B(5; -3)$, $C(-2; 11)$, $D(-5; 13)$. Докажите, что они являются вершинами параллелограмма.

Доказательство.

Воспользуемся признаком параллелограмма: если в четырехугольнике две стороны равны и _____, то этот _____ является _____

В силу этого признака достаточно показать, что: а) $\vec{AB} = \vec{DC}$; б) точки A , B и D не лежат на одной прямой.

а) Так как $A(2; -1)$, $B(\quad)$, то $\vec{AB} \{ \quad; \quad \}$; так как $C(-2; 11)$, $D(\quad)$, то $\vec{DC} \{ \quad; \quad \}$. Итак, $\vec{AB} = \vec{DC}$.

б) Точки A , B и D лежат на одной _____, если координаты векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$ пропорциональны. Так как $\vec{AB} \{ \quad; \quad \}$ и $\vec{AD} \{ \quad; \quad \}$, то координаты векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$ _____, поэтому эти векторы не коллинеарны и, следовательно, точки A , B и D _____ на одной прямой. Итак, четырехугольник $ABCD$ — _____, что и требовалось доказать.

Заполните таблицу, если точка K — середина отрезка BC .

B	$(3; -1)$	$(0; 5)$	
C	$(7; 3)$		$(4; 0)$
K		$(-2; 1)$	$(6; -2)$

Найдите координаты середины медианы AM треугольника ABC , если $A(-2; 4)$, $B(2; -1)$, $C(6; 1)$.

Решение.

1) Отрезок AM — медиана треугольника _____, поэтому точка M — _____ стороны BC . По условию задачи $B(2; -1)$, $C(____; ____)$, следовательно, $M(____; ____)$.

2) Пусть точка K — середина отрезка AM . Так как $A(-2; ____)$, $M(____; ____)$, то $K(____; ____)$.

Ответ.

Найдите длины векторов: $\vec{a} \{-3; 4\}$, $\vec{b} \{5; 0\}$, $\vec{c} \{0; -2\}$.

Решение.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2 + ______} = \sqrt{______} = ______$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{______ + ______} = ______ = ______$$

$$|\vec{c}| = ______$$

Ответ.

$$|\vec{a}| = ______ ; ______ ; ______$$

Найдите длины векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AM}$, если $A(5; -3)$, $B(2; 1)$, $M(5; 3)$.

Решение.

$$а) |\vec{AB}| = \sqrt{(2-5)^2 + ______} = \sqrt{______} = ______$$

$$б) |\vec{AM}| = \sqrt{______ + ______} = ______ = ______$$

Ответ.

$$|\vec{AB}| = ______ ; ______$$

Найдите длины сторон AB и BC и длину медианы BK треугольника ABC , если $A(-2; 4)$, $B(10; -1)$, $C(6; -4)$.

Решение.

$$а) AB = \sqrt{(10+2)^2 + \underline{\hspace{2cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$б) BC = \underline{\hspace{2cm}}$$

в) Так как отрезок BK — $\underline{\hspace{2cm}}$ треугольника ABC , то точка K является $\underline{\hspace{2cm}}$ стороны AC , следовательно,

$$K(\underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}). \text{ Поэтому } BK = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}}$$

$$\text{О т в е т. } AB = \underline{\hspace{2cm}}; BC = \underline{\hspace{2cm}}; BK = \underline{\hspace{2cm}}$$

Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является ромбом, и найдите его площадь, если $A(-3; 4)$, $B(7; 9)$, $C(5; -2)$, $D(-5; -7)$.

Решение.

Четырехугольник является ромбом, если все его стороны $\underline{\hspace{2cm}}$. Действительно, если в четырехугольнике противоположные стороны попарно $\underline{\hspace{2cm}}$, то этот четырехугольник является $\underline{\hspace{2cm}}$. А параллелограмм, у которого $\underline{\hspace{2cm}}$ стороны $\underline{\hspace{2cm}}$, называется ромбом.

Сравним длины $\underline{\hspace{2cm}}$ данного четырехугольника:

$$AB^2 = (7+3)^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$BC^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$CD^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$DA^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Следовательно, } AB^2 \underline{\hspace{1cm}} BC^2 \underline{\hspace{1cm}} CD^2 \underline{\hspace{1cm}} DA^2, \text{ откуда } AB = BC = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Итак, четырехугольник $ABCD$ является $\underline{\hspace{2cm}}$, поэтому его площадь равна половине $\underline{\hspace{2cm}}$ его диагоналей.

$$AC^2 = (-3-5)^2 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ следовательно, } AC = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$BD^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ следовательно, } BD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$S_{ABCD} = 0,5AC \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{О т в е т. } \underline{\hspace{2cm}}$$

Даны точки $A(-2; -3)$, $B(-3; 4)$, $C(4; 5)$.

1) Докажите, что в треугольнике ABC углы A и C равны.

2) Найдите площадь треугольника ABC .

Решение.

1) В треугольнике ABC углы A и C равны, если $BC \underline{\hspace{1cm}} BA$. Так как $BC^2 = (-3-4)^2 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $BA^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, то $BC \underline{\hspace{1cm}} BA$. Следовательно, $\angle A \underline{\hspace{1cm}} \angle C$.

2) В данном равнобедренном треугольнике ABC основанием служит сторона $\underline{\hspace{1cm}}$, следовательно, медиана, проведенная из вершины $\underline{\hspace{1cm}}$, является $\underline{\hspace{2cm}}$ треугольника. Найдем

AC и медиану BM . $AC = \sqrt{(-2-4)^2 + \underline{\hspace{2cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Так как точка M — середина стороны AC , то $M(\underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}})$ и поэтому

$BM = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Итак, $S_{ABC} = 0,5 AC \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 0,5 \cdot \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

О т в е т. $\underline{\hspace{2cm}}$



Уравнение окружности и прямой

20

Даны точки $A(-1; 2)$, $B(0; \sqrt{3})$, $C(1; -2)$, $D(2; -1)$. Какие из этих точек лежат на линии L , заданной уравнением $x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0$?

Решение. Точка лежит на линии, заданной уравнением с двумя переменными x и y , если ее $\underline{\hspace{2cm}}$ удовлетворяют этому уравнению, и не лежит на линии, если ее координаты $\underline{\hspace{2cm}}$ уравнению линии. Подставим $\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$ данных точек в уравнение $x^2 - 2x + \underline{\hspace{2cm}}$:

$(-1)^2 - 2(-1) + \underline{\hspace{2cm}} = 1 + \underline{\hspace{2cm}} - 3 = 0$. Координаты точки A не удовлетворяют данному $\underline{\hspace{2cm}}$, следовательно, точка A $\underline{\hspace{1cm}}$ на линии L : $A \notin \underline{\hspace{1cm}}$

$0^2 - 2 \cdot 0 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = 0$. Следовательно, $B \underline{\hspace{1cm}} L$.

$\underline{\hspace{2cm}}$. Следовательно, $C \underline{\hspace{1cm}} L$.

О т в е т. $\underline{\hspace{2cm}}$

Какие из следующих уравнений задают окружность:

а) $x^2 + (y - 1)^2 = 25$;

б) $4x^2 + 4y^2 = 9$;

в) $2x^2 + 2y^2 = 0$;

г) $x^2 + y^2 + 1 = 0$;

д) $(x + 2)^2 + y^2 - 0,01 = 0$;

е) $x^2 - 2x + y^2 = 3$?

Р е ш е н и е.

а) Уравнение $x^2 + (y - 1)^2 = 25$ имеет вид $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, где $a = 0$, $b = 1$, $r = 5 \neq 0$, следовательно, это уравнение окружность.

б) Разделив обе части уравнения $4x^2 + 4y^2 = 9$ на 4, получим уравнение $x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$, которое имеет вид $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, где $a = 0$, $b = 0$, $r = \frac{3}{2} \neq 0$. Следовательно, это уравнение окружность.

в) Равенство $2x^2 + 2y^2 = 0$ выполняется только при $x = 0$, $y = 0$, т. е. данному уравнению удовлетворяют координаты только одной точки $(0; 0)$. Следовательно, это уравнение не окружность.

г) Левая часть уравнения $x^2 + y^2 + 1 = 0$ при любых значениях x и y не равна нулю, а правая часть равна 0. Поэтому точек, координаты которых удовлетворяют данному уравнению, не существует. Следовательно, уравнение $x^2 + y^2 + 1 = 0$ не окружность.

д) Перенеся слагаемое $-0,01$ в правую часть уравнения $(x + 2)^2 + y^2 - 0,01 = 0$, получим уравнение $(x + 2)^2 + y^2 = 0,01$, которое имеет вид $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, где $a = -2$, $b = 0$, $r = 0,1 \neq 0$. Следовательно, уравнение $(x + 2)^2 + y^2 - 0,01 = 0$ окружность.

е) Прибавив к обеим частям уравнения $x^2 - 2x + y^2 = 3$ число 1, получим уравнение $x^2 - 2x + 1 + y^2 = 4$, которое можно записать в виде $(x - 1)^2 + y^2 = 4$, т. е. в виде $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, где $a = 1$, $b = 0$, $r = 2 \neq 0$. Следовательно, данное уравнение окружность.

О т в е т.

Окружность задают уравнения а), б), д), е).

Постройте окружность, заданную уравнением:

а) $x^2 + y^2 = 16$; б) $(x - 1)^2 + y^2 = 4$; в) $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 4$.

Решение.

Для построения окружности надо знать ее радиус и координаты _____. Если уравнение окружности имеет вид $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, то ее радиус равен _____, а центром является точка с координатами (____; ____).

а) Уравнение $x^2 + y^2 = 16$ запишем в виде $(x - 0)^2 + (\text{_____})^2 = \text{_____}$. Отсюда следует, что центр окружности — точка (____; ____), а радиус равен _____.

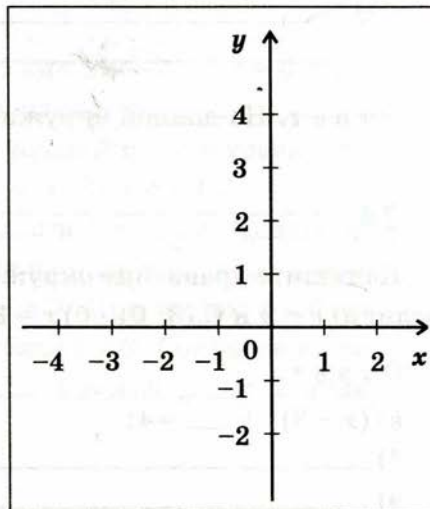
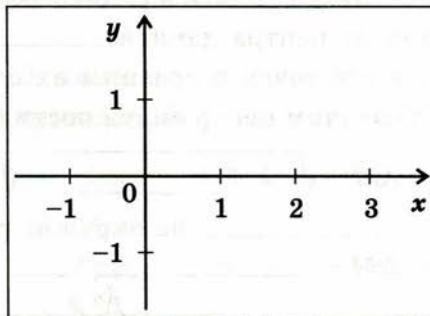
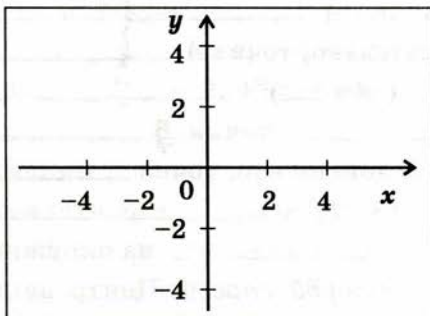
Построим искомую окружность, заданную уравнением $x^2 + y^2 = 16$.

б) Уравнение $(x - 1)^2 + \text{_____}$ представим в виде $(x - \text{_____})^2 + (y - 0)^2 = \text{_____}$. Следовательно, центр окружности — точка (____; ____), а радиус равен _____.

Построим искомую окружность, заданную уравнением $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

в) Чтобы выделить квадрат двучлена с переменной x и квадрат _____ с переменной y , прибавим к обеим частям уравнения $x^2 + 2x + \text{_____}$ слагаемые 1 и 4. Получим уравнение $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - \text{_____} + 4) = 4 + \text{_____} + \text{_____}$, которое запишем в виде $(x + 1)^2 + (y - \text{_____})^2 = \text{_____}$. Значит, центр окружности — точка (____), а радиус равен _____.

Построим искомую окружность, заданную уравнением $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 4$.



Окружность задана уравнением $(x+1)^2+(y-2)^2=25$. Не пользуясь чертежом, установите, какие из точек $A(3; -2)$, $B(-4; 6)$ и $C(3; -1)$ лежат на окружности.

Решение.

Первый способ. Выясним, координаты каких точек удовлетворяют _____ окружности.

$(3+1)^2 + (\text{_____})^2 = 4^2 + \text{_____} = \text{_____} \neq 25$. Итак, координаты точки A _____ данному уравнению, следовательно, точка A _____ на окружности.

$(-4+ \text{_____})^2 + \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$. Итак, _____ точки B _____ данному уравнению, следовательно, точка _____

$(3+1)^2 + \text{_____}$. Итак, точка C _____ на окружности.

Второй способ. Центр данной окружности — точка с координатами (____; ____), а радиус окружности равен _____. Найдем расстояния от центра данной _____ до каждой из данных точек и сравним их с _____ окружности. Обозначим центр окружности буквой M , тогда:

$AM = \sqrt{(-1-)^2 + \text{_____}} = \sqrt{\text{_____}} \neq 5$, следовательно, точка A _____ на окружности.

$BM = \text{_____}$, следовательно,

$CM = \text{_____}$

О т в е т. На данной окружности лежат точки _____

Напишите уравнение окружности радиуса r с центром в точке C , если: а) $r = 2$ и $C(3; 0)$; б) $r = 3$ и $C(0; -2)$; в) $r = \sqrt{5}$ и $C(-2; 3)$.

О т в е т.

а) $(x-3)^2 + \text{_____} = 4$;

б) _____

в) _____

Напишите уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB , если $A(-3; 4)$, $B(1; -2)$.

Решение. Если точка $M(x; y)$ лежит на серединном _____ к отрезку AB , то $AM = BM$, и поэтому $AM^2 = BM^2$. Запишем это равенство в координатах: $(x+3)^2 +$
 $+ \text{_____} = \text{_____} + (y+2)^2$. Раскрыв скобки, получим:
 $x^2 + 6x + \text{_____} = x^2 - 2x + \text{_____}$.

Перенесем все слагаемые из правой части в левую _____
 равенства: $x^2 + 6x + \text{_____} - 4y - 4 = 0$.
 Приведем подобные члены: $8x - \text{_____} = 0$. Разделив
 обе части уравнения на 4, получим $2x - \text{_____} = 0$.

Если точка $M(x; y)$ лежит на серединном _____
 к отрезку AB , то ее координаты удовлетворяют уравнению
 $2x - \text{_____} = 0$. Если же точка $M(x; y)$ не лежит на
 _____ к отрезку AB , то
 $AM^2 \neq \text{_____}$, и поэтому ее _____ не удовлетворяют
 полученному уравнению.

Итак, уравнение $2x - \text{_____} = 0$ является уравнением
 серединного _____ к отрезку AB .

О т в е т. _____

Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(2; -3)$.

Решение. Уравнение прямой имеет вид $ax + \text{_____} + c = 0$. Точ-
 ки A и _____ лежат на прямой, т. е. их координаты _____
 этому уравнению. Подставив координаты точек A и _____ в уравнение,
 получим: $a \cdot (-1) + \text{_____} + c = 0$; _____ + $b \cdot (-3) + c = 0$.

Выразим отсюда a и b через c : $a = \text{_____} c$ и $b = \text{_____} c$. Подставив
 полученные значения a и _____ в уравнение $ax + by + \text{_____} = \text{_____}$, при-
 ходим к уравнению: $-5cx + (\text{_____}) y + \text{_____} = 0$. При любом $c \neq 0$ это
 уравнение является _____ прямой AB . Сократив на $-c$,
 получим искомое _____ прямой _____ в виде:
 _____ + $3y - 1 = 0$.

О т в е т. _____

Даны координаты вершин треугольника: $A(-3; 0)$, $B(1; 4)$, $C(3; 0)$. Напишите уравнение прямой, содержащей среднюю линию треугольника, параллельную стороне AB .

Решение.

Обозначим середины сторон BC и AC буквами K и M соответственно. Тогда $K(2; \quad)$, $M(\quad; \quad)$, а прямая KM — искомая. Запишем ее уравнение в виде $ax + \quad = 0$. Подставив координаты точек K и $\quad$ в это уравнение, получим систему:

$$\begin{cases} 2a + \quad + c = 0 \\ \quad = 0. \end{cases}$$

Отсюда следует: $c = \quad$ и $b = \quad - a$, и поэтому искомое уравнение принимает вид: $\quad - ay = 0$ или $x - \quad = 0$.

Ответ. $\quad$

Прямые заданы уравнениями $x + y = 0$ и $2x - y + 3 = 0$.

а) Найдите координаты точки пересечения данных прямых.

б) Напишите уравнение прямой, проходящей через найденную точку и параллельной оси ординат.

Решение.

а) Искомая точка лежит на данных прямых, следовательно, ее координаты удовлетворяют уравнениям этих $\quad$, т. е. являются решением $\quad$ уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - \quad = 0. \end{cases}$$

Отсюда находим: $x = \quad$ и $y = \quad$

б) Уравнение прямой, проходящей через $M_0(x_0; y_0)$ параллельно $\quad$ ординат, имеет вид: $x = \quad$. Учитывая, что $M_0(-1; \quad)$, получаем искомое уравнение: $x = \quad$

Ответ.

а) $(\quad; \quad)$;

б) $\quad$

Окружность и прямая заданы уравнениями $x^2 + (y - 4)^2 = 25$ и $x - 7y + 3 = 0$. Найдите длину хорды, отсекаемой окружностью на прямой.

Решение.

Чтобы найти координаты _____ пересечения окружности и _____, решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = 25 \\ x - \underline{\hspace{2cm}} + 3 = 0. \end{cases}$$

Последовательно получаем:

$$x = 7y - \underline{\hspace{2cm}}; \quad (7y - 3)^2 + (y - \underline{\hspace{2cm}})^2 = 25;$$

$$49y^2 - 42y + \underline{\hspace{2cm}} = 25;$$

$$50y^2 - \underline{\hspace{2cm}} = 0; \quad y_1 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad y_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Соответственно находим $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ и $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Итак, данные окружность и прямая пересекаются в точках $(\underline{\hspace{2cm}}; \underline{\hspace{2cm}})$ и $(\underline{\hspace{2cm}}; \underline{\hspace{2cm}})$.

Искомая длина хорды равна:

$$\sqrt{(-3 - 4)^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}\sqrt{2}.$$

О т в е т. _____

Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Скалярное произведение векторов

§ 1

Синус, косинус, тангенс угла

30

Найдите по рисунку синус, косинус и тангенс угла:

а) $\angle AOM$; б) $\angle AOK$; в) $\angle AOC$; г) $\angle AOB$.

Решение.

а) Угол $\angle AOM$ образован лучом OM и положительной _____ абсцисс, точка M лежит на единичной _____ . Значит,

синус угла $\angle AOM$ равен _____

точки M , т. е. $\sin \angle AOM =$ _____ ;

косинус угла $\angle AOM$ равен _____ точки _____ , т. е.

$\cos \angle AOM =$ _____ ; тангенс угла $\angle AOM$ равен отношению $\frac{\sin \angle AOM}{\cos \angle AOM}$,

т. е. $\operatorname{tg} \angle AOM =$ _____ : _____ = _____

б) синус угла $\angle AOK$ равен _____ точки _____ ,

т. е. $\sin \angle AOK =$ _____ ; косинус угла _____ равен _____

точки _____ , т. е. $\cos \angle AOK =$ _____ ; тангенс угла $\angle AOK$ равен _____

в) $\sin \angle AOC =$ _____ ; $\cos \angle AOC =$ _____ ; _____

г) _____ ; $\cos \angle AOB =$ _____ ; тангенс угла $\angle AOB$ не _____ , так как $\cos \angle AOB =$ _____

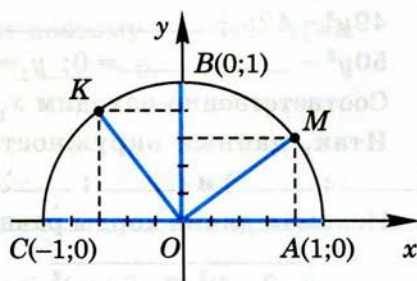
О т в е т.

а) $\sin \angle AOM =$ _____ ; _____

б) _____

в) _____

г) _____



Принадлежит ли единичной полуокружности точка:

- а) $P(-0,6; 0,8)$; б) $T\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$; в) $H\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$?

Решение.

Точка с координатами $(x; y)$ принадлежит _____ полуокружности, если выполнены два условия: 1) $0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ и 2) $x^2 + y^2 = 1$. Рассмотрим данные точки.

а) Точка P : $x = -0,6$, $y = 0,8$ удовлетворяют первому условию: $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$; $x^2 + y^2 = (-0,6)^2 + 0,8^2 = 0,36 + 0,64 = 1$, следовательно, точка P принадлежит единичной полуокружности.

б) Точка T : $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{3}{4}$, следовательно, $0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$. Итак, первое условие выполнено. $x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{9}{16} = \frac{10}{16} \neq 1$. Следовательно, второе условие не выполнено. Поэтому точка T не принадлежит единичной полуокружности.

в) Точка H : $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, следовательно, $0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$.

$x^2 + y^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = 1$. Поэтому точка H принадлежит единичной полуокружности.

Ответ.

а) Принадлежит.

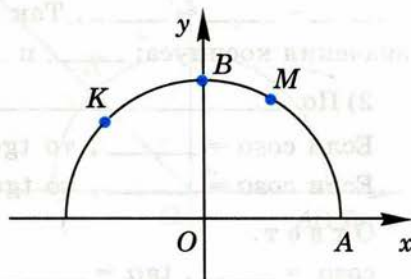
б) Не принадлежит.

в) Принадлежит.

Выпишите значения синуса, косинуса и тангенса углов $\angle AOM$, $\angle AOB$

и $\angle AOK$, если $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B(0; 1)$, $K\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Решение. Синус угла $\angle AOM$ — это y -координата точки M , т. е. $\sin \angle AOM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Косинус угла AOM — это _____ точки M ,
т. е. _____

$$\operatorname{tg} \angle AOM = \frac{\sin \angle AOM}{\cos \angle AOM}, \text{ т. е. } \operatorname{tg} \angle AOM = \frac{\sin \angle AOM}{\cos \angle AOM} = \frac{\sin \angle AOM}{\cos \angle AOM}$$

$$\sin \angle AOB = \frac{OB}{AB}, \cos \angle AOB = \frac{OA}{AB}, \sin \angle AOK = \frac{OK}{AK}, \cos \angle AOK = \frac{AO}{AK}$$

$$\sin \angle AOK = \frac{OK}{AK}, \cos \angle AOK = \frac{AO}{AK}$$

О т в е т.

$$\sin \angle AOM = \frac{OM}{AM}, \cos \angle AOM = \frac{AO}{AM}$$

$$\sin \angle AOM = \frac{OM}{AM}, \cos \angle AOM = \frac{AO}{AM}$$

$$\sin \angle AOM = \frac{OM}{AM}, \cos \angle AOM = \frac{AO}{AM}$$

33

Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Р е ш е н и е.

1) Используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, получаем: $\sin^2 \alpha + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$, откуда $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. Так как $\sin \alpha \leq 1$, то $\sin \alpha = \pm \frac{1}{2}$.

2) По определению $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, поэтому $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pm \frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \mp \frac{1}{\sqrt{3}}$.

О т в е т. $\sin \alpha = \pm \frac{1}{2}$; $\operatorname{tg} \alpha = \mp \frac{1}{\sqrt{3}}$.

34

Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Р е ш е н и е.

1) Используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, получаем: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$, откуда $\cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Так как $\cos \alpha \leq 1$, то находим два значения косинуса: $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) По определению $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, то $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$.

Если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, то $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$.

О т в е т.

$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = \pm 1$ или $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = 1$ или $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = -1$.

Вычислите $\cos 120^\circ$, $\sin 150^\circ$, $\operatorname{tg} 135^\circ$.

Решение. Используя формулу приведения $\cos(180^\circ - \alpha) =$ _____, получаем: $\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - \text{_____}) = \text{_____} 60^\circ = \text{_____}$

Используя формулу _____ $\sin(180^\circ - \alpha) = \text{_____}$, получаем: $\sin 150^\circ = \sin(\text{_____} - \text{_____}) = \text{_____} 30^\circ = \text{_____}$

Используя формулы приведения $\sin(180^\circ - \alpha) = \text{_____}$ и $\cos(180^\circ - \text{_____}) = \text{_____}$, получаем:

$$\operatorname{tg} 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos(180^\circ - \text{_____})} = \frac{\sin 45^\circ}{\text{_____}} = -\operatorname{tg} \text{_____} = \text{_____}$$

Ответ. _____; _____; _____

Найдите координаты точки A , если: а) $\alpha = 60^\circ$, $OA = 4$; б) $\alpha = 150^\circ$, $OA = 6$ (α — угол между лучом OA и положительной полуосью Ox).

Решение. Координаты x и y точки A можно вычислить по формулам: _____ = $OA \cos \alpha$, $y = \text{_____}$, где OA — _____ отрезка OA , α — _____ между лучом _____ и положительной _____ Ox .

а) $x = 4 \cos 60^\circ = \text{_____} = \text{_____}$; $y = 4 \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$

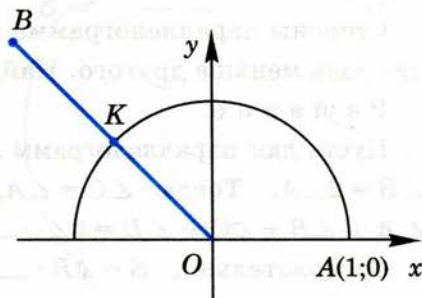
б) $x = \text{_____}$; $y = \text{_____}$

Ответ. а) $A(\text{_____}; \text{_____})$; б) $A(\text{_____}; \text{_____})$.

Луч OB пересекает единичную полуокружность в точке K .

Найдите координаты точки B , если $OB = 2$, $K\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Решение. Так как точка K лежит на _____ полуокружности, то абсцисса точки K является косинусом угла _____, ордината — _____ угла $\angle AOK$, т. е. $\cos \angle AOK = \text{_____}$, $\sin \angle AOK = \text{_____}$. Координаты x и y точки B найдем по формулам $x = \text{_____} \cos \angle AOK$, $y = OB \times \text{_____}$, т. е. $x = 2 \text{_____}$, $y = \text{_____}$



Ответ. $B(\text{_____}; \text{_____})$.

38

Вычислите площадь треугольника ABC , если $AB = 3$ м, $BC = 8$ м и $\angle B = 30^\circ$.

Решение.

Пусть S — площадь данного _____ ABC , тогда

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sin B = \cdot 3 \cdot \cdot = \text{_____} (\text{м}^2).$$

Ответ. _____

39

Площадь треугольника BCE равна $18\sqrt{2}$ см², $CE = 2BE$, $\angle E = 45^\circ$. Найдите сторону CE .

Решение.

Так как $S_{BCE} = \frac{1}{2} BE \cdot \text{_____}$ и $CE = 2 \text{_____}$, то

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} BE \cdot 2BE \cdot \text{_____} = BE^2 \cdot \text{_____}$$

Отсюда получаем $BE^2 = S_{BCE} : \text{_____} = 18\sqrt{2} : \text{_____} = \text{_____} (\text{см}^2)$,
 $BE = \text{_____}$ см, $CE = \text{_____}$ см.

Ответ.

$CE = \text{_____}$ см.

40

Стороны параллелограмма равны 4 м и 6 м, а один из его углов в два раза меньше другого. Найдите площадь параллелограмма.

Решение.

Пусть дан параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 4$ м, $AD = 6$ м, $\angle B = 2\angle A$. Тогда $\angle C = \angle A$, $\angle D = \angle \text{_____} = 2\angle \text{_____}$, откуда $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 6\angle \text{_____} = 360^\circ$, откуда $\angle A = \text{_____}$

Следовательно, $S = AB \cdot \text{_____} \cdot \sin A = 4 \cdot \text{_____} = \text{_____} (\text{м}^2)$.

Ответ. _____

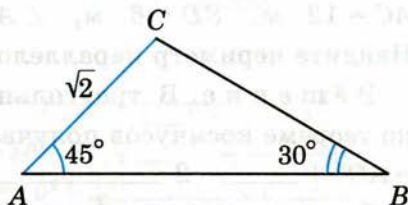
Дано: $\triangle ABC$, где $AC = \sqrt{2}$ см,
 $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$.

Найти: BC .

Решение.

По теореме синусов $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$,
 откуда получаем: $BC = \frac{AC}{\sin B} \sin A =$
 $= (\sqrt{2} : \underline{\quad}) \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ (см)}.$

Ответ. $\underline{\quad}$



Дано: $\triangle MPT$, где $\angle T = 150^\circ$, $TM = 2$ м, $MP = 6$ м.

Найти: $\sin P$.

Решение.

По теореме $\frac{MP}{\sin T} = \frac{TM}{\sin P}$. Отсюда получаем:
 $\sin P = \frac{TM}{MP} \cdot \underline{\quad} = \frac{2}{6} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$

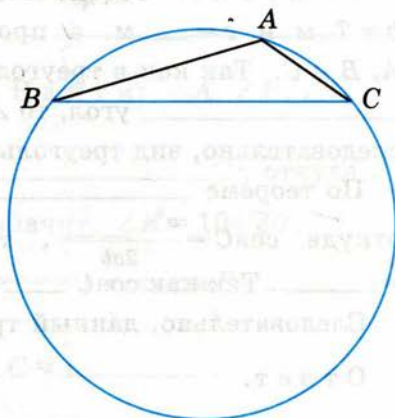
Ответ. $\underline{\quad}$

Точки A , B и C лежат на окружности
 диаметра 12, хорда BC равна 6. Найдите
 градусную меру угла BAC .

Решение.

Из равенства $\frac{a}{\sin A} = 2 \cdot \underline{\quad}$ получаем:
 $\sin A = \frac{a}{\underline{\quad}}$, т. е. $\sin A = \frac{6}{\underline{\quad}} =$
 $= \underline{\quad}$. Так как угол A тупой, то
 $\angle A = \underline{\quad}$

Ответ. $\underline{\quad}$



В параллелограмме $ABCD$ диагонали $AC = 12$ м, $BD = 6$ м, $\angle AOB = 60^\circ$. Найдите периметр параллелограмма.

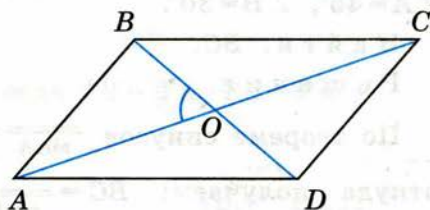
Решение. В треугольнике AOB по теореме косинусов получаем: $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot AO \cdot BO \cdot \cos \angle AOB$.

Так как диагонали параллелограмма точкой пересечения пополам, то $AO = 6$ м, $BO = 3$ м. Поэтому $AB^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 9$, $AB = 3$ м.

Аналогично в треугольнике BOC получаем: $BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2 \cdot OB \cdot OC \cdot \cos \angle BOC$. Так как $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB$, то $\cos \angle BOC = \cos(180^\circ - \angle AOB) = -\cos \angle AOB$. Следовательно, $BC^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot (-\cos 60^\circ) = 45$, $BC = 3\sqrt{5}$ м.

Итак, периметр параллелограмма равен: $2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (3 + 3\sqrt{5}) = 6(1 + \sqrt{5})$ (м).

Ответ.



Определите вид треугольника (остроугольный, прямоугольный или тупоугольный), стороны которого равны 5 м, 7 м и 9 м.

Решение. Обозначим стороны треугольника так: $a = 5$ м, $b = 7$ м и $c = 9$ м, а противолежащие им вершины буквами A , B и C . Так как в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, то $\angle C$ — больший угол треугольника, а следовательно, вид треугольника определяется углом C .

По теореме косинусов $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$, откуда $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, т. е. $\cos C = \frac{5^2 + 7^2 - 9^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{17}{35}$. Так как $\cos C > 0$, то угол C — острый.

Следовательно, данный треугольник — остроугольный.

Ответ.

Дано: $\triangle ABC$, где $a = 2\sqrt{3}$, $b = 1$, $\angle C = 30^\circ$. Найти: c , $\angle A$, $\angle B$.

Решение.

1) По теореме косинусов $c^2 = a^2 + \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $c^2 = (2\sqrt{3})^2 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $c = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$

2) По теореме $\underline{\hspace{2cm}}$ $a^2 = b^2 + \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $\cos A = (1^2 + \underline{\hspace{2cm}}) : \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$. Следовательно, $\angle A \approx \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \underline{\hspace{2cm}})$, $\angle B \approx \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $c \approx \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle A \approx \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B \approx \underline{\hspace{2cm}}$

Дано: $\triangle ABC$, где $a = 5$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Найти: b , c , $\angle A$.

Решение.

1) $\angle A = 180^\circ - (\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) По теореме синусов $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, откуда $b = a \frac{\sin B}{\sin A} = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $b \approx 5 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3) По теореме $\underline{\hspace{2cm}}$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, откуда $c = a \cdot \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $c \approx \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, $b \approx \underline{\hspace{2cm}}$, $c \approx \underline{\hspace{2cm}}$

Дано: $\triangle ABC$, где $a = 4$, $b = 2$, $c = 3$. Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

Решение.

1) По теореме косинусов $a^2 = b^2 + \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2^2 + \underline{\hspace{2cm}}}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \underline{\hspace{2cm}}$, значит, $\angle A \approx 104^\circ 30'$.

2) Аналогично получаем $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $\angle B \approx \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle \underline{\hspace{2cm}})$, т. е. $\angle C \approx \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\angle A \approx \underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$

49

В трапеции $ABCD$ углы A и D равны 50° . Найдите углы между векторами:
 а) $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$; б) $\vec{AD}$ и $\vec{DC}$; в) $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$;
 г) $\vec{BA}$ и $\vec{CD}$; д) $\vec{BC}$ и $\vec{DA}$; е) $\vec{AD}$ и $\vec{BC}$.

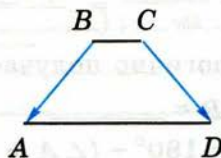
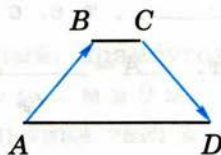
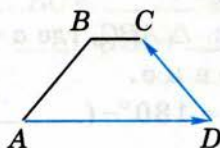
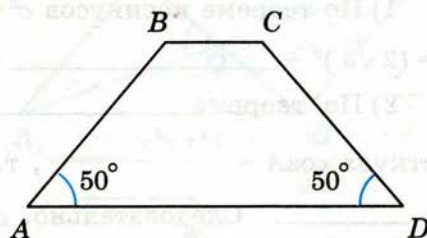
Решение.

а) Векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$ отложены от одной точки (точки _____), поэтому угол между _____ $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$ равен градусной _____ угла _____. Следовательно, $\widehat{\vec{AB} \vec{AD}} = 50^\circ$.

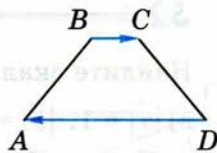
б) Отложим от начала вектора $\vec{DC}$ (точки _____) вектор $\vec{DK}$, равный вектору _____ (выполните построение на рисунке). Угол между векторами $\vec{AD}$ и $\vec{DC}$ равен градусной _____ угла _____. Следовательно, $\widehat{\vec{AD} \vec{DC}} = 180^\circ - \text{_____} = \text{_____}$.

в) Отложим от начала _____ $\vec{AB}$ вектор $\vec{AH}$, _____ вектору $\vec{CD}$ (выполните построение на рисунке). Угол между _____ $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ равен _____ мере угла _____. Так как $AH \parallel \text{_____}$, то накрест лежащие углы HAD и _____ равны. Следовательно, $\angle HAD = \text{_____}$. Отсюда получаем: $\angle BAH = 50^\circ + \text{_____} = \text{_____}$, т. е. $\widehat{\vec{AB} \vec{CD}} = \text{_____}$.

г) Отложим от начала вектора $\vec{BA}$ вектор $\vec{BO}$, равный вектору _____ (постройте на рисунке). Угол _____ векторами $\vec{BA}$ и $\vec{CD}$ равен _____ угла _____, т. е. $\widehat{\vec{BA} \vec{CD}} = \text{_____}$.



д) Отложим от _____ вектора $\overrightarrow{BC}$ вектор $\overrightarrow{BM}$, _____ вектору $\overrightarrow{DA}$ (выполните построение на рисунке). Угол между векторами _____ и $\overrightarrow{DA}$ равен _____ угла _____ . Следовательно, $\widehat{BC DA} = \underline{\hspace{2cm}}$



е) Так как векторы $\overrightarrow{AD}$ и _____ сонаправлены, то угол между ними считается равным _____, т. е. $\widehat{AD BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

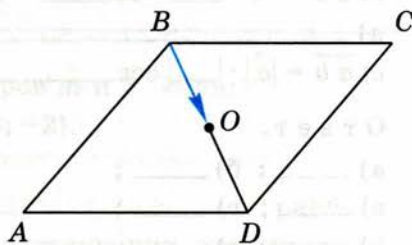
О т в е т.

а) 50° ; б) _____ ; _____

50

Точка O — середина диагонали BD ромба $ABCD$. Какие векторы с началом и концом в точках A, B, C, D и O перпендикулярны вектору $\overrightarrow{BO}$?

Р е ш е н и е. Диагонали ромба пересекаются и _____ пересечения делятся _____, следовательно, точка O _____ на диагонали AC . Диагонали ромба взаимно _____, поэтому $\overrightarrow{BO} \perp \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{BO} \perp \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{BO} \perp \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{BO} \perp \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{BO} \perp \underline{\hspace{2cm}}$



О т в е т. $\overrightarrow{AC}$, _____

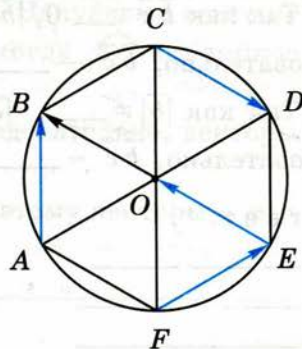
51

Точка O — центр окружности. Центральные углы AOB, BOC, COD, DOE, EOF и FOA равны.

Найдите углы между вектором OB и вектором:

а) $\overrightarrow{AB}$; б) $\overrightarrow{CD}$; в) $\overrightarrow{EO}$; г) $\overrightarrow{FE}$.

О т в е т.



Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:

- а) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\widehat{a, b} = 30^\circ$; б) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\widehat{a, b} = 135^\circ$;
 в) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\widehat{a, b} = 90^\circ$; г) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 0$;
 д) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, $\widehat{a, b} = 180^\circ$; е) $|\vec{a}| = 6$, $\vec{a} = \vec{b}$.

Решение.

а) По определению скалярного _____ векторов

$$\vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| \cdot ______ \cdot \cos ______, \text{ следовательно, } \vec{a} \vec{b} = 1 \cdot ______ \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= ______$$

б) $\vec{a} \vec{b} = 3 \cdot ______ \cdot ______ = ______$

в) Так как $\cos(\widehat{a, b}) = \cos 90^\circ = ______$, то $\vec{a} \vec{b} = ______$

г) $\vec{a} \vec{b} = 1 \cdot ______ \cdot \cos ______ = ______$

д) _____

е) $\vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos ______ = |______|^2 = ______$

О т в е т.

а) _____; б) _____;

в) _____; г) _____;

д) _____; е) _____

Определите вид угла (острый, прямой или тупой) между ненулевыми векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если: а) $\vec{b} \vec{c} < 0$; б) $\vec{b} \vec{c} > 0$; в) $\vec{b} \vec{c} = 0$.

Решение.

а) $\vec{b} \vec{c} = |\vec{b}| \cdot ______ \cdot ______$. Так как $\vec{b} \vec{c} ______ 0$, $|\vec{b}| ______ 0$, $|\vec{c}| ______ 0$, то $\cos(\widehat{b, c}) ______ 0$. Следовательно, $\widehat{b, c}$ — _____ угол.

б) Так как $\vec{b} \vec{c} ______ 0$, $|\vec{b}| ______$, $|\vec{c}| ______$, то $\cos(\widehat{b, c}) ______ 0$.
 Следовательно, $\widehat{b, c}$ — _____ угол.

в) Так как $|\vec{b}| \neq ______$, $|\vec{c}| ______ 0$, $\vec{b} \vec{c} ______ 0$, то $\cos(\widehat{b, c}) = ______$
 Следовательно, $\widehat{b, c} = ______$

О т в е т.

а) _____

б) _____

в) _____

Дано: параллелограмм $ABCD$, в котором $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 3$, $AD = 5$.

Найти: AC .

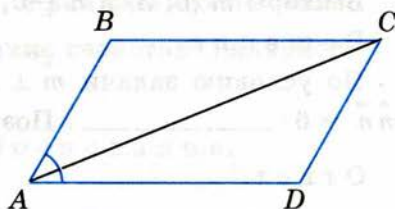
Решение.

$$1) AC^2 = |\vec{AC}|^2 = \vec{AC} \cdot \vec{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2) \text{ По правилу параллелограмма } \vec{AC} = \vec{AB} + \underline{\hspace{2cm}}. \text{ Поэтому } \vec{AC} \cdot \vec{AC} = (\vec{AB} + \underline{\hspace{2cm}}) (\underline{\hspace{2cm}} + \vec{AD}) = \vec{AB}^2 + 2 \vec{AB} \cdot \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = |\vec{AB}|^2 + 2 |\vec{AB}| \cdot |\underline{\hspace{2cm}}| \cos(\widehat{\vec{AB} \underline{\hspace{2cm}}}) + \underline{\hspace{2cm}} = 3^2 + 2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} + 5^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Итак, $AC^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $AC = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$



Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если:

а) $\vec{m} \{1; 2\}$, $\vec{n} \{-2; 4\}$; б) $\vec{m} \{0; 0,5\}$, $\vec{n} \{3; -2\}$.

Решение.

а) Скалярное произведение двух $\underline{\hspace{2cm}}$ равно сумме $\underline{\hspace{2cm}}$ их соответствующих координат, т. е. $\vec{m} \vec{n} = 1 \cdot (\underline{\hspace{2cm}}) + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\text{б) } \vec{m} \vec{n} = 0 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ответ. а) $\vec{m} \vec{n} = \underline{\hspace{2cm}}$; б) $\underline{\hspace{2cm}}$

Даны векторы $\vec{a} \{0,5; 0\}$, $\vec{b} \{2; -0,5\}$, $\vec{c} \{-1; -4\}$. Какие из них взаимно перпендикулярны?

Решение.

Данные векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\underline{\hspace{2cm}}$ — ненулевые. Ненулевые векторы перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное $\underline{\hspace{2cm}}$ равно $\underline{\hspace{2cm}}$

$$\vec{a} \vec{b} = 0,5 \cdot \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \neq 0, \text{ следовательно, векторы } \vec{a} \text{ и } \vec{b} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{a} \vec{c} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot (-4) \underline{\hspace{2cm}} 0. \text{ Поэтому векторы } \vec{a} \text{ и } \vec{c} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{b} \vec{c} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ значит, } \underline{\hspace{2cm}}$$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$ и $\underline{\hspace{2cm}}$

Векторы $\vec{m} \{6; 3\}$ и $\vec{n} \{-0,5; y\}$ перпендикулярны. Найдите y .

Решение.

По условию задачи $\vec{m} \perp \underline{\hspace{2cm}}$, следовательно, $\vec{m}\vec{n} = \underline{\hspace{2cm}}$. Но $\vec{m}\vec{n} = 6 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$. Поэтому $-3 + 3y = 0$, откуда $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Вычислите угол между векторами $\vec{p} \{2; 1\}$ и $\vec{q} \{1; 3\}$.

Решение.

Используя для ненулевых векторов $\vec{p} \{x_1; y_1\}$ и $\vec{q} \{x_2; y_2\}$ формулу

$$\cos(\widehat{\vec{p}\vec{q}}) = \frac{x_1x_2 + \underline{\hspace{2cm}}}{\sqrt{x_1^2 + \underline{\hspace{2cm}}} \cdot \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} + y_2^2}},$$

получаем:

$$\cos(\widehat{\vec{p}\vec{q}}) = \frac{2 \cdot 1 + \underline{\hspace{2cm}}}{\sqrt{2^2 + \underline{\hspace{2cm}}} \cdot \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} + 3^2}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}},$$

следовательно, $\widehat{\vec{p}\vec{q}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Верно ли, что для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ выполняется равенство $(\vec{a}\vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b}\vec{c})$?

Решение.

Скалярное $\underline{\hspace{2cm}}$ двух векторов является числом.

Пусть $\vec{a}\vec{b} = x$, $\vec{b}\vec{c} = y$. Согласно определению, произведение данного вектора на число является $\underline{\hspace{2cm}}$, коллинеарным данному вектору, поэтому $x\vec{c} \parallel \vec{c}$ и $y\vec{a} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не коллинеарны и $x \neq 0$, $y \neq 0$, то векторы $x\vec{c}$ и $y\vec{a}$ $\underline{\hspace{2cm}}$, а следовательно, не могут быть $\underline{\hspace{2cm}}$.

Итак, равенство $(\vec{a}\vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b}\vec{c})$ для произвольных трех векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ $\underline{\hspace{2cm}}$.

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Упростите выражение $(\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} + \vec{c}(\vec{b} - \vec{a})$ и найдите его значение, если $|\vec{b}|=2$, $|\vec{c}|=3$, $\widehat{\vec{b}\vec{c}} = 120^\circ$. Укажите, какие свойства скалярного произведения при этом использовались.

Решение.

$$\begin{aligned} \text{Так как } \vec{c}(\vec{b} - \vec{a}) &= (\vec{b} - \vec{a})\vec{c}, \\ \text{то } (\vec{a} + \vec{b})\vec{c} + \vec{c}(\vec{b} - \vec{a}) &= \\ &= (\vec{a} + \vec{b})\vec{c} + (\underline{\hspace{2cm}})\vec{c} = \\ &= ((\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{b} - \underline{\hspace{2cm}})) \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Обоснование.

_____ закон скалярного умножения векторов

_____ закон

Используя переместительный и _____ законы сложения _____, получаем: $(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{b} - \vec{a}) = 2\vec{b}$

Следовательно,

$$\begin{aligned} ((\vec{a} + \vec{b}) + (\underline{\hspace{2cm}}))\vec{c} &= \\ &= (2\vec{b})\vec{c} = 2(\underline{\hspace{2cm}}). \end{aligned}$$

_____ закон скалярного _____ векторов

$$\text{Но } \vec{b}\vec{c} = |\underline{\hspace{1cm}}| \cdot |\underline{\hspace{1cm}}| \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\text{Итак, } (\vec{a} + \vec{b})\vec{c} + \vec{c}(\vec{b} - \vec{a}) = \underline{\hspace{2cm}} \vec{b}\vec{c} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ответ. _____

Длина окружности и площадь круга

§ 1

Правильные многоугольники

61

Верно ли утверждение:

а) выпуклый многоугольник, у которого все стороны равны, является правильным;

б) любой четырехугольник с равными углами правильный?

Ответ обоснуйте.

О т в е т.

а) Неверно. Например, _____

б) _____

62

Найдите углы правильного n -угольника, если:

а) $n = 9$; б) $n = 12$; в) $n = 36$.

Р е ш е н и е.

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, а так как по условию n -угольник правильный, то каждый его угол равен $((n - \underline{\quad}) \cdot \underline{\quad}) : n$. Пусть α_n — угол правильного n -угольника, тогда:

$$\text{а) } \alpha_9 = (9-2) \cdot 180^\circ : 9 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{б) } \alpha_{12} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{в) } \alpha_{36} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

О т в е т. а) _____ ; б) _____ ; _____

Чему равна сумма внешних углов правильного n -угольника, если при каждой вершине взято по одному внешнему углу? (Задача 1082 учебника.)

Решение.

Так как каждый угол правильного n -угольника вычисляется по формуле $\alpha_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, то внешний угол при каждой вершине равен $180^\circ - \alpha_n = 180^\circ - \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = \frac{180^\circ}{n}$. Поэтому искомая сумма равна $\frac{180^\circ}{n} \cdot n = 180^\circ$.

Ответ. 180°

Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен: а) 120° , б) 175° ?

Решение.

Пусть n — число сторон правильного многоугольника. Так как каждый его угол вычисляется по формуле $\alpha_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, то:

а) $120^\circ = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, откуда $120^\circ n = (n-2) \cdot 180^\circ$,
 $120n = 180n - 360$, $n = 4$

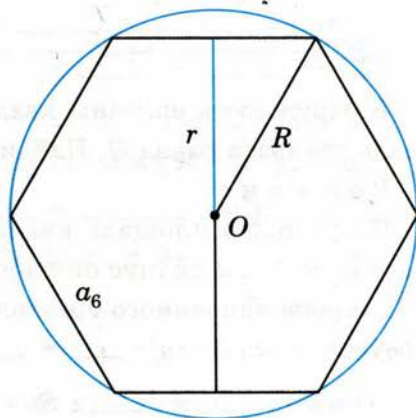
б) $175^\circ = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, $175n = 180n - 360$,
 $5n = 360$, $n = 72$

Ответ. а) 4; б) 72

На рисунке изображен правильный шестиугольник, вписанный в окружность радиуса R .

Пусть a_6 — сторона правильного шестиугольника, r — радиус вписанной окружности, P — периметр правильного шестиугольника, S — его площадь.

Найдите значения a_6 , R , P и S , если $r = 4\sqrt{3}$ см.



Решение. По условию $r = 4\sqrt{3}$ см, поэтому

$$R = r : \cos \frac{180^\circ}{6} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (см);}$$

$$a_6 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (см); } P = 6 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (см);}$$

$$S = \frac{1}{2} P \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$\text{О т в е т. } a_6 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см; } R = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см; } P = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см; } S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см}^2.$$

66

Периметр квадрата, вписанного в окружность, равен $28\sqrt{2}$ см. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Решение. Так как периметр P квадрата равен $28\sqrt{2}$ см, то его сторона $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ см и радиус описанной окружности $R = a_4 : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (см). Следовательно, сторона правильного вписанного треугольника $a_3 = 2R \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ см.

$$\text{О т в е т. } \underline{\hspace{2cm}} \text{ см.}$$

67

Хорда окружности, равная $12\sqrt{2}$ см, стягивает дугу в 90° .

Найдите радиус окружности.

Решение.

Пусть a — хорда окружности, стягивающая дугу в 90° , тогда a — сторона $\underline{\hspace{2cm}}$, вписанного в эту окружность, и поэтому $a = R \cdot \underline{\hspace{2cm}}$. Отсюда $R = a : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (см).

$$\text{О т в е т. } \underline{\hspace{2cm}} \text{ см.}$$

68

В окружность вписаны квадрат и правильный треугольник. Площадь квадрата равна Q . Найдите сторону и площадь треугольника.

Решение.

По условию площадь квадрата равна Q , поэтому сторона квадрата $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ и радиус описанной окружности $R = \sqrt{Q} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Сторона вписанного треугольника $a_3 = R \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, а площадь треугольника $S = a_3^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

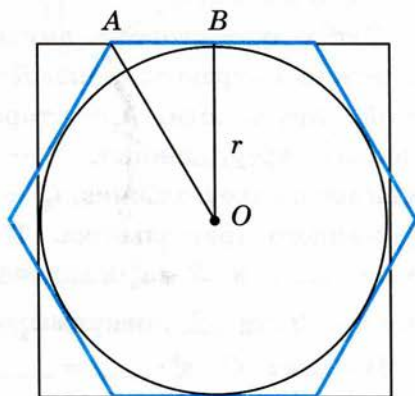
$$\text{О т в е т. } a_3 = \underline{\hspace{2cm}}; S = \underline{\hspace{2cm}}$$

Около окружности описаны квадрат и правильный шестиугольник. Найдите периметр квадрата, если периметр шестиугольника равен 48 см. (Задача 1092 учебника.)

Решение.

Пусть r — радиус вписанной окружности. Тогда периметр P квадрата равен _____

Из условия задачи следует, что сторона шестиугольника равна _____ см, поэтому в прямоугольном треугольнике AOB , изображенном на рисунке, $OB = r$, $AB =$ _____ см, $OA =$ _____ см, значит, $r = \sqrt{OA^2 - \text{_____}} =$ _____ (см) и $P =$ _____ см.



Ответ. _____ см.

Найдите площадь S правильного n -угольника, если:

- а) $n = 4$, $R = 3\sqrt{2}$ см; б) $n = 3$, $P = 24$ см;
в) $n = 6$, $r = 9$ см; г) $n = 8$, $r = 5\sqrt{3}$ см.

(Задача 1094 учебника.)

Решение.

По формулам п. 108 учебника находим:

- а) $n = 4$, $a_4 = R \cdot \text{_____} = \text{_____} \cdot \text{_____} = \text{_____}$ (см), $r = R \cdot \cos \text{_____} =$
 $= \text{_____} \cdot \text{_____} = \text{_____}$ (см), $S = \frac{1}{2} P \cdot \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$ (см²);
 б) $n = 3$, $a_3 = \text{_____}$ см, $R = a_3 : 2 \sin \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$ (см),
 $r = R \cdot \cos \text{_____} = \text{_____}$ (см), $S = \frac{1}{2} P \cdot \text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$ (см²);
 в) $n = 6$, $r = R \cdot \cos \text{_____} = \text{_____} \cdot \text{_____}$, поэтому $R = \text{_____}$ см,
 $a_6 = \text{_____} = \text{_____}$ см, $S = \frac{1}{2} \cdot \text{_____} \cdot \text{_____} = \text{_____}$ (см²);
 г) $n = 8$, $r = R \cdot \cos \text{_____}$, $a = 2R \cdot \sin \text{_____} = 2r \cdot \text{_____} =$
 $= \text{_____}$ (см), $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \text{_____} = \text{_____} \approx \text{_____}$ (см²).

Ответ.

- а) _____ см²; б) _____ см²; в) _____ см²; г) $\approx$ _____ см².

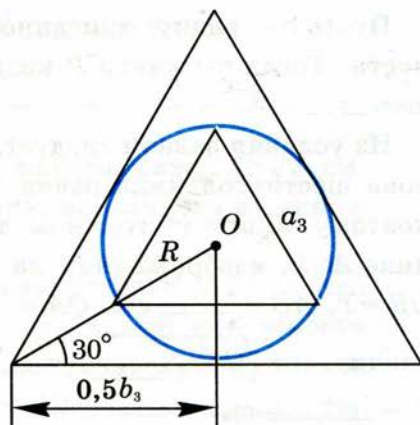
В окружность вписан правильный треугольник и около окружности описан правильный треугольник. Найдите отношение площадей этих треугольников.

Решение.

Пусть a_3 — сторона вписанного в окружность треугольника, R — радиус этой окружности, b_3 — сторона описанного треугольника, S — площадь вписанного треугольника, Q — площадь описанного треугольника. Тогда $a_3 = R \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, а $S = a_3^2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot R^2$; $0,5 b_3 = R : \operatorname{tg} \underline{\hspace{1cm}}$, откуда $b_3 = \underline{\hspace{1cm}} R$.

Поэтому $Q = b_3^2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} R^2$. Отсюда получаем $S : Q = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{1cm}}$



§ 2

Длина окружности и площадь круга

72

Найдите длину окружности, описанной около:

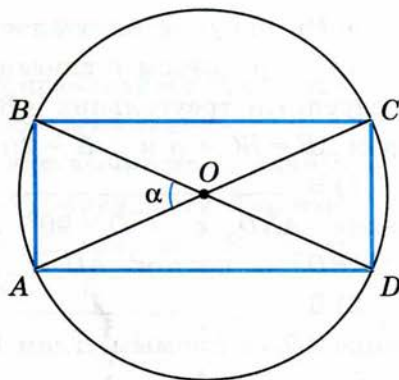
- правильного треугольника со стороной $12\sqrt{3}$ см;
- прямоугольника, меньшая сторона которого равна 8 см, а угол между диагоналями равен α ;
- правильного треугольника, площадь которого равна $48\sqrt{3}$ см².

Решение.

Пусть R — радиус окружности, описанной около данного многоугольника, C — длина этой окружности, a — сторона данного правильного треугольника.

- Так как $R = a : \underline{\hspace{1cm}}$, а $C = 2\pi \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, то $C = 2\pi \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см).

б) На рисунке $ABCD$ — данный прямоугольник, у которого $AB = 8$ см, а $\angle AOB = \alpha$. В прямоугольном треугольнике ABD $\angle A = 90^\circ$, $\angle ADB =$ _____ (угол ADB — вписанный и опирается на дугу AB , центральный угол которой равен α), гипотенуза $BD =$ _____, поэтому $2R =$ _____ см и $C =$ _____ (см).



в) Так как площадь правильного треугольника со стороной a можно вычислить по формуле $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, то из уравнения _____ = _____ находим $a =$ _____ (см). Следовательно, $R = a : ______ =$ _____ (см) и $C =$ _____ (см).

О т в е т.

а) _____ см; б) _____ см; в) _____ см.

73

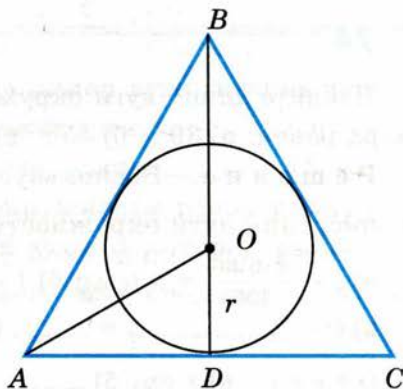
Найдите длину окружности, вписанной:

- а) в равносторонний треугольник со стороной a ;
- б) в равнобедренный треугольник с углом 2α при вершине и боковой стороной a ;
- в) в прямоугольный треугольник с острым углом α и противолежащим катетом a .

Р е ш е н и е.

а) На рисунке окружность с центром O и радиусом r вписана в равносторонний треугольник ABC со стороной $AB = a$.

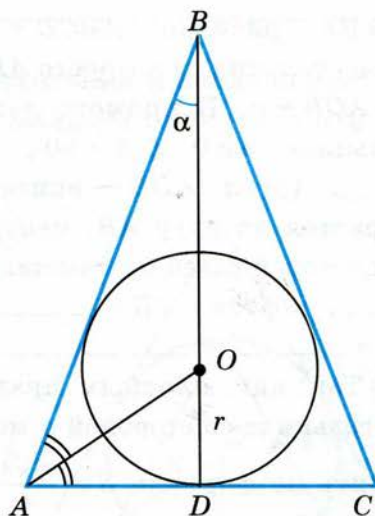
В прямоугольном треугольнике ADO катет $OD = r$, катет $AD = \frac{1}{2}$ _____, а $\angle OAD =$ _____, и следовательно, $r = AD \cdot ______ =$ _____ и $C =$ _____ = _____ = _____



б) На рисунке окружность с центром O и радиусом r вписана в равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = a$ и $\angle B = 2\alpha$.

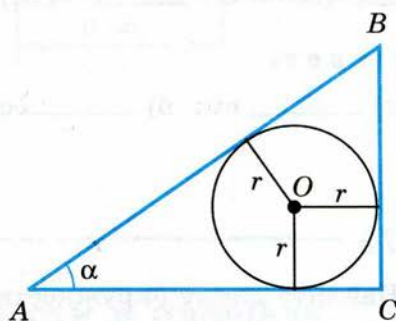
1) В _____ треугольнике ABD с $\angle D = 90^\circ$ $AB = a$, а $\angle ABD = \alpha$, поэтому $AD =$ _____

2) В _____ треугольнике AOD с прямым углом D $\angle OAD = \frac{1}{2} \angle$ _____ $= \frac{1}{2} (90^\circ - \text{_____})$, поэтому $r = AD \cdot$ _____ $=$ _____
Отсюда $C = \text{_____} =$ _____



в) На рисунке окружность с центром O и радиусом r вписана в треугольник ABC , в котором $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, $BC = a$. Поэтому $AC = a : \text{_____}$, $AB = a : \text{_____}$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC =$ _____ $=$ _____

С другой стороны, $S_{ABC} = \frac{1}{2} P \cdot r =$ _____ $= \frac{1}{2} \text{_____} \cdot r =$ _____ $= \frac{a(\text{_____})}{2\sin\alpha} \cdot r$.



Таким образом, $\frac{a^2 \cos\alpha}{2\sin\alpha} = \text{_____} \cdot r$, откуда $r = \text{_____}$ и $C = \text{_____} =$ _____

Ответ. а) _____; б) _____; в) _____

74

Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если ее градусная мера равна: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° . (Задача 1109 учебника.)

Решение. Воспользуемся формулой п. 110 учебника для вычисления дуги окружности: $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$.

а) $l = \frac{\pi \cdot 6 \cdot 30}{180} = \pi$ (см); б) $l = \text{_____} = \text{_____}$ (см);

в) $l = \text{_____} = \text{_____}$ (см); г) $l = \text{_____} = \text{_____}$ (см).

Ответ. а) π см; б) _____ см; в) _____ см; г) _____ см.

Длина окружности, описанной около правильного треугольника, равна 18π см. Найдите периметр этого треугольника.

Решение. Воспользуемся формулой для вычисления длины окружности $C = ______$ и найдем радиус R этой окружности. Так как по условию $C = 18\pi$ см, то $R = 18\pi : ______ = ______ (\text{см})$, $a_3 = R ______ = ______ (\text{см})$, и $P = ______ = ______ (\text{см})$.

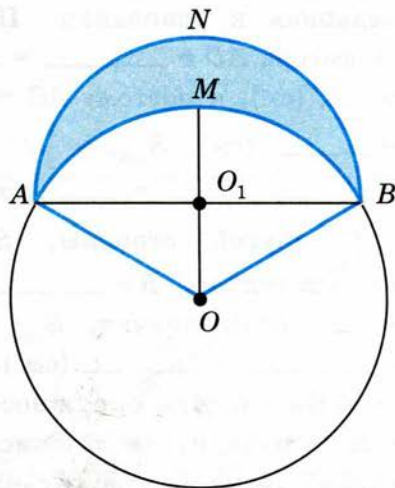
Ответ. $______ \text{ см.}$

Найдите периметр закрашенной на рисунке лунки, если радиус окружности с центром в точке O равен R , радиус окружности с центром в точке O_1 равен $\frac{1}{2}AB$, а $\angle AMB = 120^\circ$.

Решение. Так как $\angle AMB = 120^\circ$, то длина дуги $l = \frac{\pi R}{180} \cdot ______ = ______$. Хорда AB стягивает дугу AMB окружности с центром O в 120° , поэтому $AB = a_3 = ______$, а радиус r окружности с центром O_1 равен $\frac{1}{2} \cdot ______ = ______$, и длина m дуги ANB равна половине длины этой окружности, т. е. $m = \frac{1}{2} \cdot ______ = ______ = ______$.

Теперь найдем периметр C лунки:
 $C = l + m = ______ + ______ = \frac{\pi R}{6} \cdot ______$

Ответ. $______$



Длина окружности радиуса 15 см равна длине дуги, центральный угол которой равен 150° . Найдите радиус дуги.

Решение. Длина данной окружности равна $______ \cdot 15 = ______ (\text{см})$. По условию длина этой окружности равна длине l дуги искомого радиуса R , центральный угол α которой равен 150° . Используя формулу $l = \frac{\pi R \alpha}{180}$, получаем $R = l \cdot ______ = ______ = ______ (\text{см})$.

Ответ. $______ \text{ см.}$

Найдите площадь круга, описанного около:

- правильного треугольника со стороной a ;
- равнобедренного треугольника с боковой стороной, равной 10 см, и высотой, проведенной к основанию, равной 8 см;
- равнобедренного треугольника с боковой стороной a и углом при вершине α .

Решение.

а) Так как сторона a правильного треугольника, вписанного в окружность радиуса R , равна $R \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, то $R = \frac{a}{\underline{\hspace{1cm}}}$ и $S = \pi \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

б) На рисунке равнобедренный треугольник ABC с основанием AC вписан в окружность, BD — его высота, проведенная к основанию. По теореме Пифагора $AD = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см), и поэтому $AC = 2 \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см), $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см²).

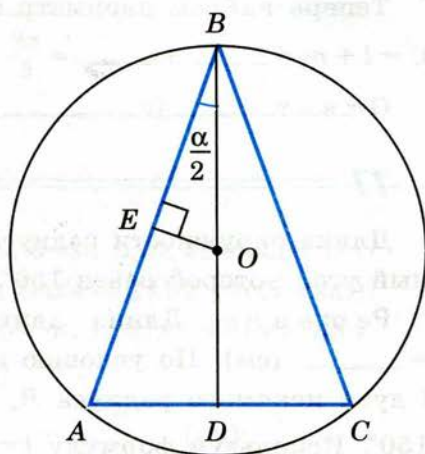
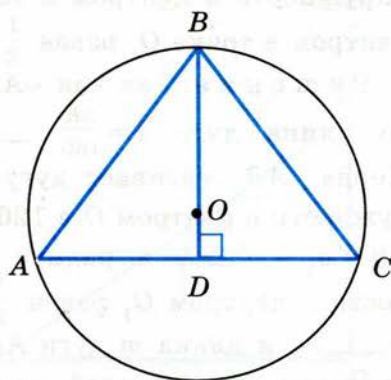
С другой стороны, $S_{ABC} = \frac{abc}{4 \underline{\hspace{1cm}}}$, следовательно, $R = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см), значит, $S_{\text{круга}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (см²).

в) На рисунке окружность с центром O и радиусом R описана около равнобедренного треугольника ABC с боковой стороной $AB = a$ и углом $B = \alpha$, $OE \perp AB$. Так как $OA = OB = R$, то высота OE треугольника AOB является его медианой, поэтому $BE = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

В прямоугольном треугольнике OBE $\angle OBE = \frac{\alpha}{2}$, $OB = R = BE$: $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$. $S_{\text{круга}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

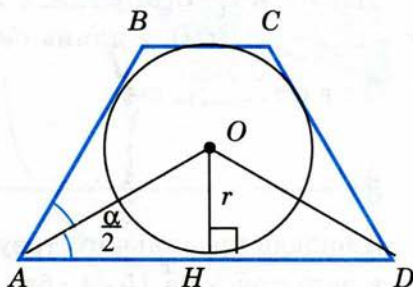
Ответ.

а) $\underline{\hspace{1cm}}$; б) $\underline{\hspace{1cm}}$ см²; в) $\underline{\hspace{1cm}}$



Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренную трапецию с большим основанием a и острым углом α . (Задача 1117 (г) учебника.)

Решение. На рисунке круг с центром O и радиусом r вписан в равнобедренную трапецию $ABCD$. Так как O — точка пересечения биссектрис углов $\angle A$ и $\angle D$, то $\angle OAD = \angle ODH = \frac{\alpha}{2}$, поэтому треугольник AOD — равнобедренный, следовательно, его высота OH является медианой, и $AH = HD = \frac{a}{2}$. Из прямоугольного треугольника OAH находим: $OH = r = \frac{a}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$ и площадь круга $S = \pi r^2 = \frac{\pi a^2}{4} \tan^2 \frac{\alpha}{2}$.

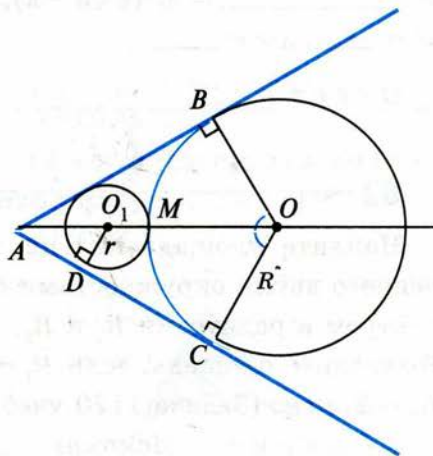


Ответ. $\frac{\pi a^2}{4} \tan^2 \frac{\alpha}{2}$

На рисунке из точки A к окружности с центром O проведены касательные AB и AC (B и C — точки касания), $\angle BOC = 120^\circ$, а длина дуги BMC равна 12 см. Найдите длину окружности, вписанной в фигуру $ABMC$, т. е. касающейся сторон угла BAC и дуги BMC .

Решение. Пусть O_1 — центр окружности, вписанной в фигуру $ABMC$, D — точка касания этой окружности со стороной AC . Обозначим радиус окружности с центром O через R , а радиус окружности с центром O_1 через r .

1) По условию $\angle BOC = 120^\circ$, поэтому длина дуги BMC равна $\frac{\pi R}{180} \cdot 120 = \frac{2\pi R}{3}$. С другой стороны, по условию длина этой дуги равна 12 см, следовательно, $\frac{2\pi R}{3} = 12$, откуда $R = \frac{18}{\pi}$ см.



2) Прямоугольные треугольники ABO и ACO равны по гипотенузе и катету (AO — общая _____, $OB = ______ = R$), поэтому $\angle BOA = \angle ______ = \frac{1}{2} ______ = ______$, $\angle BAO = \angle ______ = ______$. Катет, лежащий против угла в 30° , равен половине _____, значит, $AO = 2 \cdot ______ = ______$, и аналогично, $AO_1 = 2 \cdot ______ = ______$.

3) $AO = AO_1 + O_1M + ______$, т. е. $2R = ______ + ______ + ______$, $______ r = ______$, $r = ______ = ______ \text{ (см)}$, а длина окружности равна $2\pi \cdot ______ = ______ \text{ (см)}$.

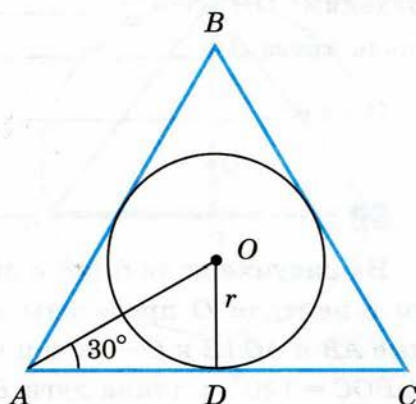
О т в е т. _____ см.

81

Площадь правильного треугольника больше площади вписанного в него круга на $15\sqrt{3} - 5\pi$. Найдите радиус круга.

Р е ш е н и е. Пусть окружность радиуса r вписана в треугольник ABC . Тогда $AC = 2AD = 2r : ______ = ______$, полупериметр треугольника $p = ______ r$, $S_{ABC} = p \cdot ______ = ______$, $S_{\text{круга}} = \pi \cdot ______$. По условию $S_{ABC} - S_{\text{круга}} = 15\sqrt{3} - 5\pi$, поэтому $______ = 15\sqrt{3} - 5\pi$, т. е. $r^2 \cdot ______ = 5(3\sqrt{3} - \pi)$, откуда $r^2 = ______$, а $r = ______$.

О т в е т. _____

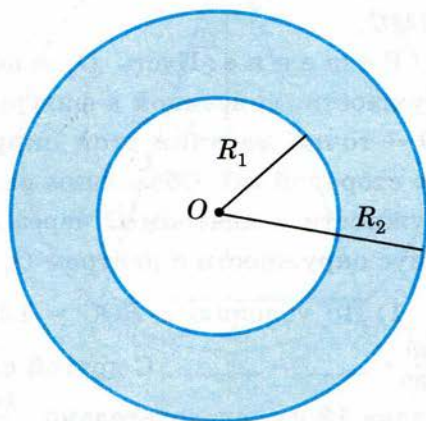


82

Найдите площадь кольца, ограниченного двумя окружностями с общим центром и радиусами R_1 и R_2 , $R_1 < R_2$. Вычислите площадь, если $R_1 = 1,5$ см, $R_2 = 2,5$ см. (Задача 1120 учебника.)

Р е ш е н и е. Искомая площадь кольца $S = ______ - ______ = \pi ______$. Если $R_1 = 1,5$ см, $R_2 = 2,5$ см, то $S = ______ \text{ см}^2 = ______ \text{ см}^2$.

О т в е т. _____ см².



На рисунке дуга AmB равна 150° , а радиус R равен 2 см. Найдите площадь закрашенного сегмента.

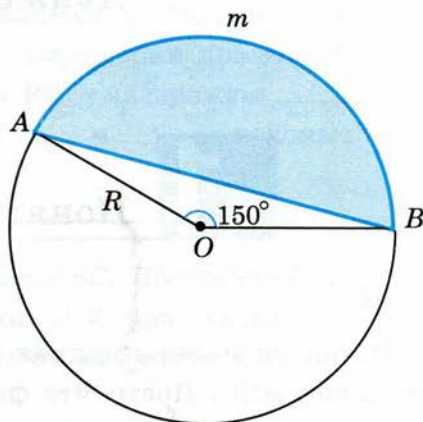
Решение. Пусть S — площадь сегмента AmB , S_1 — площадь сектора $OAmB$, S_2 — площадь треугольника AOB , тогда $S = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$

$$1) S_1 = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot R^2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$2) S_2 = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} R^2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$3) S = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ см}^2.$$

Ответ. $\underline{\hspace{1cm}}$ см².



Площадь сектора с центральным углом 72° равна S .

Найдите радиус сектора. (Задача 1127 учебника.)

Решение. Пусть R — радиус окружности. Тогда $S = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, откуда $R^2 = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ и $R = \underline{\hspace{1cm}}$

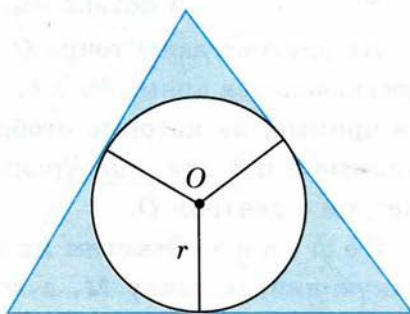
Ответ. $\underline{\hspace{1cm}}$

В треугольник со сторонами 13 см, 14 см и 15 см вписана окружность. Найдите площадь закрашенной фигуры.

Решение. Площадь S треугольника можно найти по формуле Герона $S = \sqrt{p \cdot \underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$

С другой стороны, $S = p \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, где полупериметр $p = \underline{\hspace{1cm}}$ см, поэтому $r = \underline{\hspace{1cm}}$ см, а площадь круга $S_1 = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$ Теперь можно найти площадь закрашенной фигуры $S_\Phi = S - S_1 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} \text{ (см}^2\text{)}.$

Ответ. $\underline{\hspace{1cm}}$ см².



§ 1

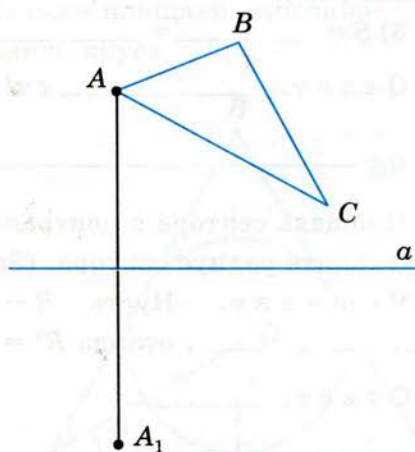
Понятие движения

86

На рисунке даны прямая a и треугольник ABC . Постройте фигуру F , на которую отображается данный треугольник при осевой симметрии с осью a . Что представляет собой фигура F ?

Решение. Построим точки A_1 , B_1 , C_1 , симметричные точкам A , B , C относительно _____ a , и проведем отрезки A_1B_1 , B_1C_1 и _____

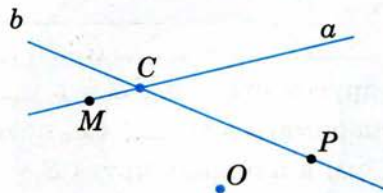
Так как при движении, в частности при осевой симметрии, треугольник отображается на равный ему _____, то искомой фигурой является треугольник _____, равный треугольнику _____



87

На рисунке даны точка O и две пересекающиеся прямые a и b . Постройте прямые, на которые отображаются прямые a и b при центральной симметрии с центром O .

Решение. Отметим на прямой a какую-нибудь точку M , а на прямой b — точку P так, чтобы эти точки не совпадали с точкой C .



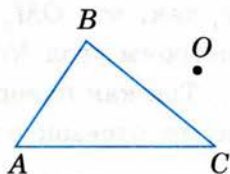
Затем построим точки M_1 , C_1 и P_1 , симметричные _____
 M , C и _____ относительно точки O . Так как при движении, в част-
 ности при центральной _____, прямая отображается на
 _____, то при данной _____ симметрии прямая MC
 отображается на прямую _____, прямая PC — на прямую _____
 Итак, пересекающиеся в точке C_1 прямые _____ и _____ — искомые.

88

На рисунке даны точка O и треугольник ABC . Постройте фигу-
 ру F , на которую отображается треугольник ABC при центральной
 симметрии с центром O . Что представляет собой фигура F ?

Р е ш е н и е. Построим точки A_1 ,
 B_1 и C_1 , симметричные точкам A , B и
 _____ относительно _____ O , и проведем
 отрезки A_1B_1 , B_1C_1 и _____

Так как при движении, в частности
 при центральной _____,
 треугольник отображается на равный
 ему _____, то иско-
 мой фигурой F является треугольник
 _____, равный треугольнику _____



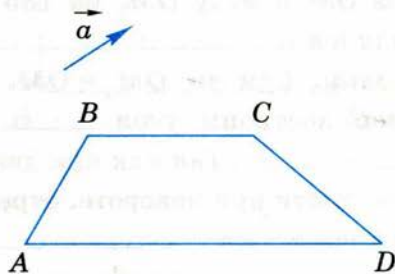
§ 2

Параллельный перенос и поворот

89

Постройте фигуру, на которую отображается данная трапеция
 $ABCD$ при параллельном переносе на данный вектор $\vec{a}$.

Р е ш е н и е. Построим точки A_1 ,
 B_1 , C_1 и D_1 , которые получаются из
 точек A , B , C и D параллельным пере-
 носом на вектор $\vec{a}$, и проведем отрез-
 ки A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 и D_1A_1 . Так как при
 движении любая фигура отображается
 на _____, то
 искомой фигурой является трапеция



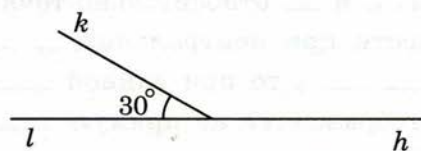
Даны отрезок MN и точка O . Постройте отрезок M_1N_1 , который получается из данного отрезка MN поворотом вокруг данного центра O :

- на угол 150° по часовой стрелке;
- на угол 135° против часовой стрелки.

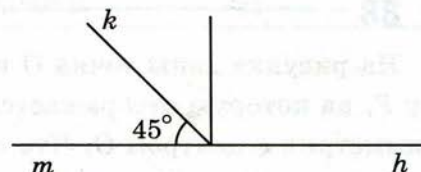
Решение.

а) Построим сначала угол hk , равный 150° . Таким углом является, например, угол, смежный с _____
Затем от луча OM отложим угол $МОК$, равный построенному _____ hk , так, чтобы поворот от луча OM к лучу OK на 150° осуществлялся по часовой _____, и отметим на луче OK _____ M_1 так, что $OM_1 = OM$. Аналогично построим угол NON_1 , причем $ON_1 =$ _____. Так как поворот является движением, то отрезок отображается на _____. Следовательно, отрезок _____ — искомый.

б) Построим сначала угол hk , равный 135° . Таким углом является, например, угол, смежный с _____. Затем от луча OM отложим _____ $МОМ_1$, равный построенному углу _____, так, чтобы _____ от луча OM к лучу OM_1 на 135° осуществлялся _____. Аналогично построим угол _____, где _____ = _____. Так как при движении, в частности при повороте, отрезок отображается на _____, то отрезок _____ — искомый.



а)



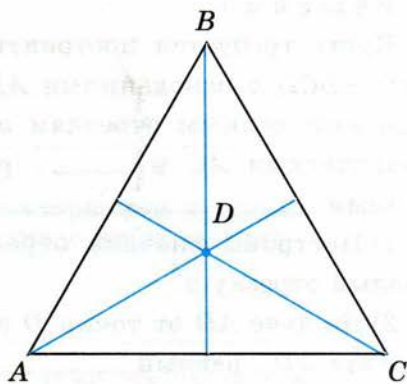
б)



На рисунке точка D является точкой пересечения биссектрис равностороннего треугольника ABC . Докажите, что при повороте вокруг точки D на угол 120° треугольник ABC отображается на себя. (Задача 1168 учебника.)

Решение.

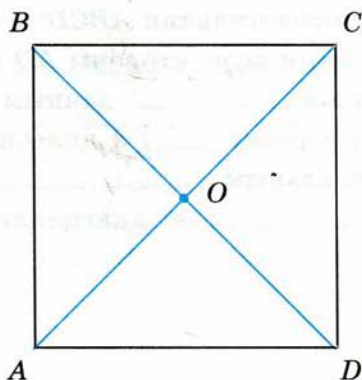
Рассмотрим, например, поворот по часовой стрелке. Каждый из углов A и B треугольника ABD равен $\frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, $DA = \underline{\hspace{1cm}}$ и $\angle ADB = \underline{\hspace{1cm}}$. Поэтому при повороте вокруг точки D на угол 120° по часовой стрелке вершина A отображается в вершину $\underline{\hspace{1cm}}$. По аналогичной причине вершина B отображается в вершину $\underline{\hspace{1cm}}$, а вершина C — в вершину $\underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, треугольник ABC отображается на $\underline{\hspace{2cm}}$ ABC , т. е. на себя.



Докажите, что при повороте квадрата вокруг точки пересечения его диагоналей на угол 90° квадрат отображается на себя. (Задача 1169 учебника.)

Решение.

Диагонали квадрата равны, взаимно $\underline{\hspace{1cm}}$ и делятся точкой пересечения $\underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, при повороте вокруг точки O пересечения диагоналей на $\underline{\hspace{1cm}} 90^\circ$ каждая из вершин квадрата $ABCD$ отображается в соседнюю $\underline{\hspace{1cm}}$ этого квадрата, а значит, квадрат отображается на $\underline{\hspace{2cm}}$.



Используя параллельный перенос, постройте трапецию по ее основаниям и диагоналям. (Задача 1182 учебника.)

Решение.

Пусть требуется построить трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC , равными данным отрезкам a и b , и диагоналями AC и _____, равными данным _____ d_1 и d_2 .

1) Построим сначала отрезок AD , равный отрезку a .

2) На луче AD от точки D отложим отрезок DD_1 , равный _____ b .

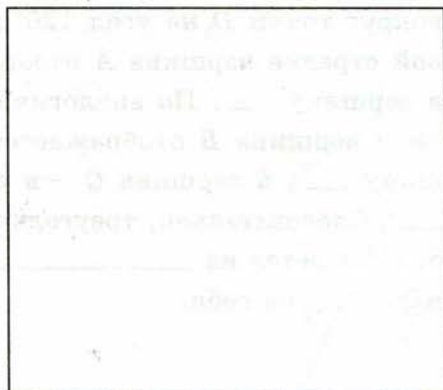
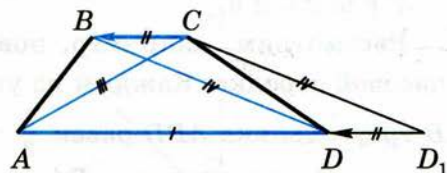
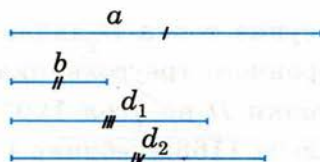
3) Построим треугольник ACD_1 , стороны AC и CD_1 которого равны данным отрезкам d_1 и d_2 .

4) Построим точку B , в которую отображается точка C при параллельном _____ на вектор $\overrightarrow{D_1D}$.

Выполните указанные построения самостоятельно.

Четырехугольник $ABCD$ — искомая трапеция.

В самом деле, стороны AD и BC этого четырехугольника параллельны и _____ данным отрезкам _____ и _____, диагональ AC равна отрезку _____, а диагональ BD получается из отрезка CD_1 параллельным _____ на вектор _____. Поэтому $BD = \text{_____}$, т. е. диагональ BD равна данному отрезку _____



ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава X. Метод координат

§1. Координаты вектора	3
§2. Простейшие задачи в координатах	7
§3. Уравнение окружности и прямой	11

Глава XI. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов

§1. Синус, косинус, тангенс угла	18
§2. Соотношения между сторонами и углами треугольника	22
§3. Скалярное произведение векторов	26

Глава XII. Длина окружности и площадь круга

§1. Правильные многоугольники	32
§2. Длина окружности и площадь круга	36

Глава XIII. Движения

§1. Понятие движения	44
§2. Параллельный перенос и поворот	45

**Учебно-методический
комплект по геометрии
для 7 – 9 классов:**

В. Ф. Бутузов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

к учебнику Л. С. Атанасяна и др.

**Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов,
С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина**

УЧЕБНИК

Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, И. И. Юдина

РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ

Б. Г. Зив, В. М. Мейлер

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

М. А. Иченская

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Т. М. Мищенко, А. Д. Блинков

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ

**Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов,
Ю. А. Глазков, В. Б. Некрасов, И. И. Юдина**

ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ

в 7 – 9 классах

Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский

ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

для 7 – 11 классов



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

